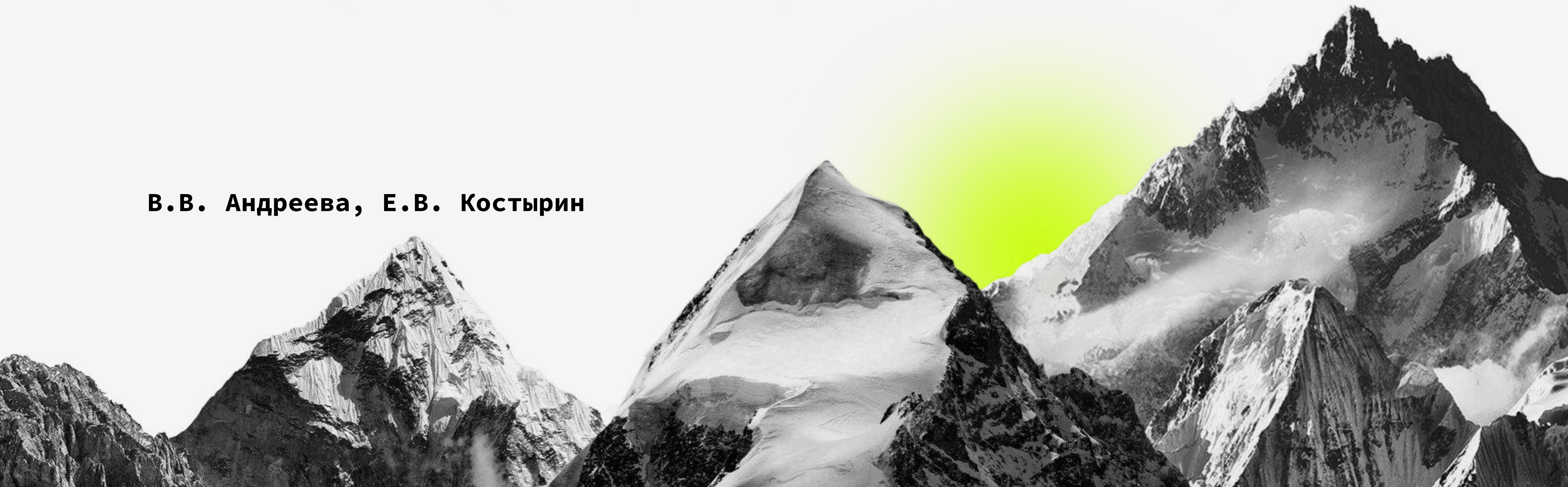


**Московский Государственный Технический Университет имени Н.Э. Баумана**

**Модель управления прибылью платформы  
онлайн-бронирования с использованием  
марковского случайного процесса**

**В.В. Андреева, Е.В. Костырин**



# Цели и задачи

**Цель работы** – разработка модели управления прибылью платформы онлайн-бронирования в зависимости от комиссии платформы бронирования и доли отмен на основе графа состояний процесса бронирования жилья и уравнений А.Н. Колмогорова для предельных вероятностей состояний.

## Задачи работы:

1

### **Разработка экономико-математической модели:**

Создать экономико-математическую модель, которая будет учитывать размер комиссии платформы и долю отмен в процессе бронирования, а также их влияние на прибыльность

2

### **Применение методов нелинейного программирования:**

Использовать методы нелинейного программирования для оптимизации параметров модели, таких как уровень комиссии и количество предоставляемых услуг, для нахождения оптимальных значений, повышающих прибыль

3

### **Исследование графа состояний:**

Разработать и проанализировать граф возможных состояний процесса онлайн-бронирования

4

### **Практическая реализация модели:**

Провести практическую реализацию предложенной модели на примере реальной онлайн-платформы бронирования, анализируя полученные результаты и устанавливая связи между изменением комиссии, уровнем отмен и объемом оказанных услуг с итоговой прибылью

# Обзор

**1. Сложность современных платформ**

**2. Растущая популярность онлайн-бронирования**

**3. Оптимизация через случайные марковские процессы**

**4. Персонализация как ключ к лояльности**

**5. Устойчивое развитие платформ**

# Формализация работы платформы

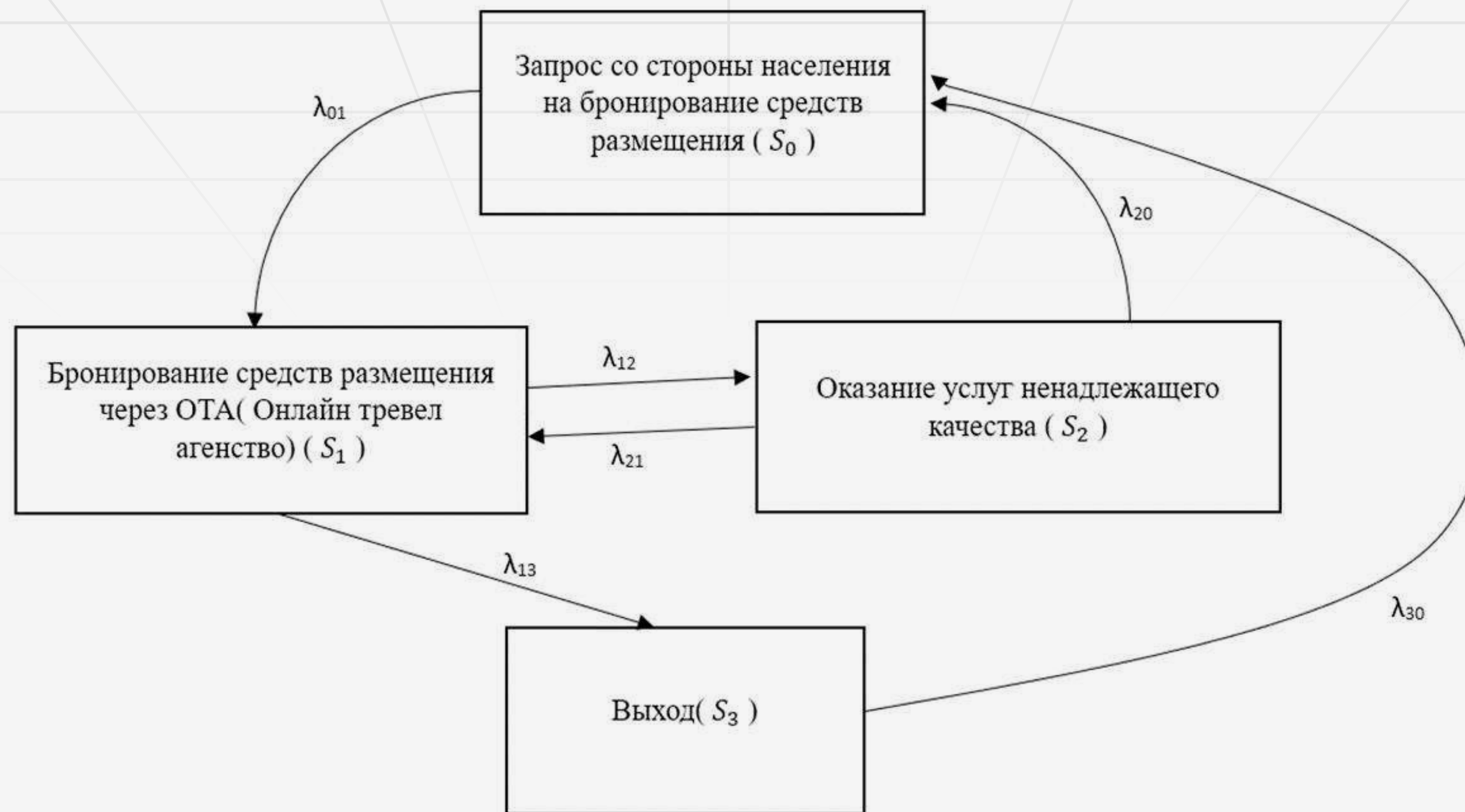


Рис. 1. Граф возможных состояний процесса бронирования жилья

# Формализация работы платформы

$$\begin{cases} p'_0(t) = \lambda_{20} \cdot p_2(t) + \lambda_{30} \cdot p_3(t) - \lambda_{01} \cdot p_0(t), \\ p'_1(t) = \lambda_{01} \cdot p_0(t) + \lambda_{21} \cdot p_2(t) - (\lambda_{12} + \lambda_{13}) \cdot p_1(t), \\ p'_2(t) = \lambda_{12} \cdot p_1(t) - (\lambda_{20} + \lambda_{21}) \cdot p_2(t), \\ p'_3(t) = \lambda_{13} \cdot p_1(t) - \lambda_{30} \cdot p_3(t), \end{cases} \quad (1)$$

где  $\lambda_{ij}$  – интенсивности простейших потоков событий ( $i = 0,1,2,3; j = 0,1,2,3$ );  $p_0(t)$ ,  $p_1(t)$ ,  $p_2(t)$ ,  $p_3(t)$  – вероятности нахождения системы процесса бронирования средств размещения  $S$  в момент времени  $t$  в состояниях  $S_0$ ,  $S_1$ ,  $S_2$  и  $S_3$  соответственно.

# Формализация работы платформы

Для решения системы уравнений (1) введем новое уравнение, которое будет отражать принцип полноты вероятностей, который заключается в том, что в любой выбранный момент времени  $t$  сумма вероятностей всех состояний равна единице:

$$\sum_{i=0}^3 p_i(t) = 1, \quad (2)$$

где  $p_i(t)$  – вероятность нахождения системы в состоянии  $S_i$  ( $i = 0, 1, 2, 3$ ) в момент времени  $t$ .

# Формализация работы платформы

Таким образом, для системы онлайн-бронирования жилья  $S$ , изображённой графом состояний на рис. 1, согласно (1) алгебраическая система уравнений имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \lambda_{01} \cdot p_0 = \lambda_{20} \cdot p_2 + \lambda_{30} \cdot p_3, \\ (\lambda_{12} + \lambda_{13}) \cdot p_1 = \lambda_{01} \cdot p_0 + \lambda_{21} \cdot p_2, \\ (\lambda_{20} + \lambda_{21}) \cdot p_2 = \lambda_{12} \cdot p_1, \\ \lambda_{13} \cdot p_1 = \lambda_{30} \cdot p_3. \end{cases} \quad (3)$$

Тогда имеем следующую систему уравнений (второе уравнение в системе (3) исключаем как избыточное для решения задачи и заменяем более простым уравнением (2)):

$$\begin{cases} \lambda_{01} \cdot p_0 = \lambda_{20} \cdot p_2 + \lambda_{30} \cdot p_3, \\ p_0 + p_1 + p_2 + p_3 = 1, \\ (\lambda_{20} + \lambda_{21}) \cdot p_2 = \lambda_{12} \cdot p_1, \\ \lambda_{13} \cdot p_1 = \lambda_{30} \cdot p_3. \end{cases} \quad (4)$$

# Формализация работы платформы

$$\left\{ \begin{array}{l} p_0 = \frac{-(\lambda_{12}\lambda_{20}\lambda_{30} + \lambda_{13} \cdot \lambda_{30} \cdot (\lambda_{20} + \lambda_{21}))}{-\lambda_{01} \cdot \lambda_{30} \cdot (\lambda_{20} + \lambda_{21}) - \lambda_{12} \cdot \lambda_{30}(\lambda_{20} + \lambda_{01}) - \lambda_{01} \cdot \lambda_{13} \cdot (\lambda_{20} + \lambda_{21}) - \lambda_{30} \cdot \lambda_{13} \cdot (\lambda_{20} + \lambda_{21})}, \\ p_1 = \frac{-\lambda_{01} \cdot \lambda_{30} \cdot (\lambda_{20} + \lambda_{21})}{-\lambda_{01} \cdot \lambda_{30} \cdot (\lambda_{20} + \lambda_{21}) - \lambda_{12} \cdot \lambda_{30}(\lambda_{20} + \lambda_{01}) - \lambda_{01} \cdot \lambda_{13} \cdot (\lambda_{20} + \lambda_{21}) - \lambda_{30} \cdot \lambda_{13} \cdot (\lambda_{20} + \lambda_{21})}, \\ p_2 = \frac{-\lambda_{01} \cdot \lambda_{12} \cdot \lambda_{30}}{-\lambda_{01} \cdot \lambda_{30} \cdot (\lambda_{20} + \lambda_{21}) - \lambda_{12} \cdot \lambda_{30}(\lambda_{20} + \lambda_{01}) - \lambda_{01} \cdot \lambda_{13} \cdot (\lambda_{20} + \lambda_{21}) - \lambda_{30} \cdot \lambda_{13} \cdot (\lambda_{20} + \lambda_{21})}, \\ p_3 = \frac{-\lambda_{01} \cdot \lambda_{13} \cdot (\lambda_{20} + \lambda_{21})}{-\lambda_{01} \cdot \lambda_{30} \cdot (\lambda_{20} + \lambda_{21}) - \lambda_{12} \cdot \lambda_{30}(\lambda_{20} + \lambda_{01}) - \lambda_{01} \cdot \lambda_{13} \cdot (\lambda_{20} + \lambda_{21}) - \lambda_{30} \cdot \lambda_{13} \cdot (\lambda_{20} + \lambda_{21})}. \end{array} \right. \quad (5)$$



# Математическая модель управления прибылью

Целевая функция

$$\begin{aligned} \text{Прибыль}(C_t, V_t, C_{\text{бр.}}, \varphi, \gamma_t, ) \\ = (C_t \cdot V_t \cdot p_1(\varphi) \cdot \varphi - C_{\text{бр.}} \cdot V_t \cdot p_2(\gamma_t) \cdot \gamma_t) \rightarrow \max. \end{aligned} \quad (6)$$

Ограничения

$$10 \leq \varphi \leq 30, \quad (7)$$

В экономико-математической модели (6)-(7) использованы следующие обозначения:

Прибыль– прибыль платформы онлайн-бронирования в  $t$ -ом году, руб.;

$C_t$  – средняя цена услуги в  $t$ -ом году, руб.;

$V_t$  – объём услуг, оказанных в  $t$ -ом году, ед.;

$\varphi$  – комиссия сервиса онлайн бронирования, доли ед.;

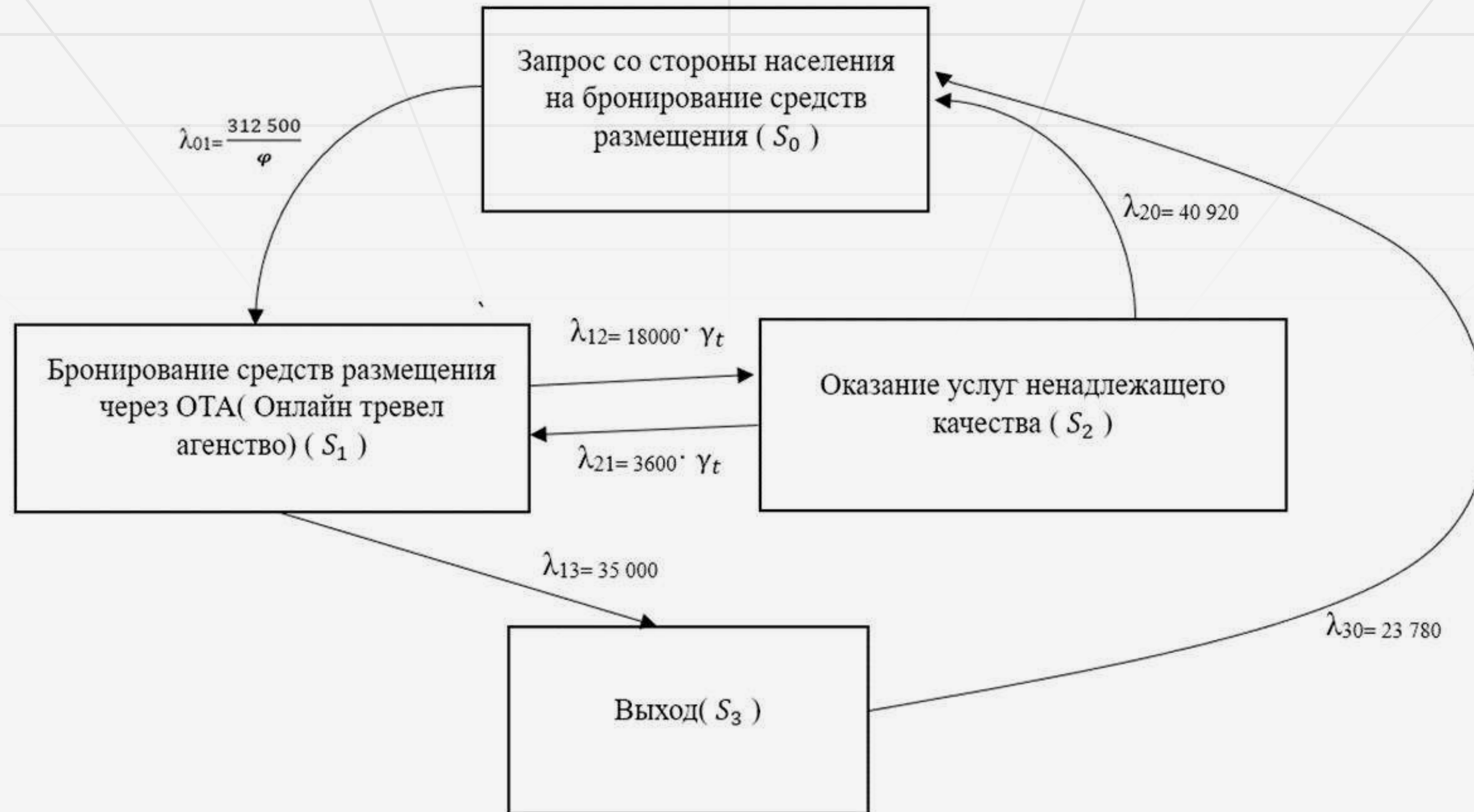
$\gamma_t$  – доля отмен в  $t$ -ом году, доли ед.;

$p_1(\varphi)$  – вероятность нахождения системы в состоянии  $S_1$ , доли ед.;

$C_{\text{бр.}}$  – издержки, приходящиеся на одно бронирование в  $t$ -ом году, руб.;

$p_2(\gamma)$  – вероятность нахождения системы в состоянии  $S_2$ , доли ед.;

# Практическое применение



**Рис. 2.** Граф возможных состояний процесса бронирования жилья для рассматриваемой платформы онлайн-бронирования

# Практическое применение

$$\left\{ \begin{array}{l} p_0(\varphi, \gamma) = \frac{-(\lambda_{12}(\gamma) \cdot \lambda_{20} \cdot \lambda_{30} + \lambda_{13} \cdot \lambda_{30} \cdot (\lambda_{20} + \lambda_{21}(\gamma)))}{-\lambda_{01}(\varphi) \cdot \lambda_{30} \cdot (\lambda_{20} + \lambda_{21}(\gamma)) - \lambda_{12}(\gamma) \cdot \lambda_{30}(\lambda_{20} + \lambda_{01}(\varphi)) - \lambda_{01}(\varphi) \cdot \lambda_{13} \cdot (\lambda_{20} + \lambda_{21}(\gamma)) - \lambda_{30} \cdot \lambda_{13} \cdot (\lambda_{20} + \lambda_{21}(\gamma))}, \\ p_1(\varphi, \gamma) = \frac{-\lambda_{01}(\varphi) \cdot \lambda_{30} \cdot (\lambda_{20} + \lambda_{21}(\gamma))}{-\lambda_{01}(\varphi) \cdot \lambda_{30} \cdot (\lambda_{20} + \lambda_{21}(\gamma)) - \lambda_{12}(\gamma) \cdot \lambda_{30}(\lambda_{20} + \lambda_{01}(\varphi)) - \lambda_{01}(\varphi) \cdot \lambda_{13} \cdot (\lambda_{20} + \lambda_{21}(\gamma)) - \lambda_{30} \cdot \lambda_{13} \cdot (\lambda_{20} + \lambda_{21}(\gamma))}, \\ p_2(\varphi, \gamma) = \frac{-\lambda_{01}(\varphi) \cdot \lambda_{12}(\gamma) \cdot \lambda_{30}}{-\lambda_{01}(\varphi) \cdot \lambda_{30} \cdot (\lambda_{20} + \lambda_{21}(\gamma)) - \lambda_{12}(\gamma) \cdot \lambda_{30}(\lambda_{20} + \lambda_{01}(\varphi)) - \lambda_{01}(\varphi) \cdot \lambda_{13} \cdot (\lambda_{20} + \lambda_{21}(\gamma)) - \lambda_{30} \cdot \lambda_{13} \cdot (\lambda_{20} + \lambda_{21}(\gamma))}, \\ p_3(\varphi, \gamma) = \frac{-\lambda_{01}(\varphi) \cdot \lambda_{13} \cdot (\lambda_{20} + \lambda_{21}(\gamma))}{-\lambda_{01}(\varphi) \cdot \lambda_{30} \cdot (\lambda_{20} + \lambda_{21}(\gamma)) - \lambda_{12}(\gamma) \cdot \lambda_{30}(\lambda_{20} + \lambda_{01}(\varphi)) - \lambda_{01}(\varphi) \cdot \lambda_{13} \cdot (\lambda_{20} + \lambda_{21}(\gamma)) - \lambda_{30} \cdot \lambda_{13} \cdot (\lambda_{20} + \lambda_{21}(\gamma))}. \end{array} \right. \quad (8)$$

# Результаты моделирования

Таблица 2. Результаты моделирования прибыли в зависимости от комиссии платформы онлайн-бронирования при  $Y=0,1$

№	$X_t$ – объём услуг, ед.	$C_t$ – средняя цена услуги, руб.	$C_{бр}$ – издержки на 1 бронирование, руб.	$Y$ – доля отмен бронирований, доли ед.;	$\phi$ -комиссия сервиса онлайн бронирования, доли ед.;	Предельная (финальная) вероятность состояний $p_1(\phi, Y)$	Предельная (финальная) вероятность состояний $p_2(\phi, Y)$	Прибыль, руб.
0	40 950	24 600	1000	0,1	15,0%	0,328	0,132	49 022 064
1	60 762	24 600	1000	0,1	10,0%	0,334	0,135	<b>49 104 203</b>
2	48 620	24 600	1000	0,1	12,5%	0,331	0,134	48 835 144
3	34 821	24 600	1000	0,1	17,5%	0,325	0,131	48 263 345
4	30 469	24 600	1000	0,1	20,0%	0,322	0,13	47 873 719
5	27 083	24 600	1000	0,1	22,5%	0,32	0,129	47 620 549
6	24 375	24 600	1000	0,1	25,0%	0,317	0,128	47 208 281
7	22 159	24 600	1000	0,1	27,5%	0,314	0,127	46 788 992
8	20 313	24 600	1000	0,1	30,0%	0,311	0,126	46 364 906

# Результаты моделирования

**Таблица 3.** Результаты моделирования прибыли в зависимости от комиссии платформы онлайн-бронирования при  $Y=0,2$

№	$U_t$ – объем услуг, ед.	$C_t$ – средняя цена услуги, руб.	$C_{бр}$ – издержки на 1 бронирование, руб.	$Y$ – доля отмен бронирований, доли ед.;	$\phi$ -комиссия сервиса онлайн бронирования, доли ед.;	Предельная (финальная) вероятность состояний $p_1(\phi, Y)$	Предельная (финальная) вероятность состояний $p_2(\phi, Y)$	Прибыль, руб.
0	40 950	24 600	1000	0,2	15,0%	0,328	0,132	<b>48 481 524</b>
1	60 762	24 600	1000	0,2	10,0%	0,334	0,135	48 283 916
2	48 620	24 600	1000	0,2	12,5%	0,331	0,134	48 183 636
3	34 821	24 600	1000	0,2	17,5%	0,325	0,131	47 807 184
4	30 469	24 600	1000	0,2	20,0%	0,322	0,13	47 477 625
5	27 083	24 600	1000	0,2	22,5%	0,32	0,129	47 271 174
6	24 375	24 600	1000	0,2	25,0%	0,317	0,128	46 896 281
7	22 159	24 600	1000	0,2	27,5%	0,314	0,127	46 507 573
8	20 313	24 600	1000	0,2	30,0%	0,311	0,126	46 108 969

# Результаты моделирования

1

Разработан граф состояний процесса бронирования жилья, охватывающий все ключевые этапы, от запроса до выхода из системы

2

Создана экономико-математическая модель управления прибылью, использующая теорию массового обслуживания и марковские процессы, что позволяет максимизировать прибыль с учетом доли отмен

3

На примере ОТА в Москве и Санкт-Петербурге модель продемонстрировала высокую эффективность применения, максимальная прибыль составляет 49 104 203 рублей при доле отмен 10% и комиссии 10%. В условиях увеличения доли отмен до 20% наивысшая прибыль, равная 48 481 524 рубля, достигается при оказании 40 950 услуг и комиссии в 15%

4

Аудит данных показал, что правильная тарификация и управление отменами существенно увеличивают прибыльность бизнеса

# Список литературы

1. Случайные процессы : учебник и практикум для вузов / В. А. Каштанов, Н. Ю. Энатская. – Москва : Издательство Юрайт, 2024. – 99 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-04482-9. – Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. с. 10 – URL: <https://urait.ru/bcode/556805/p.10>.
2. Барлаков С.А., Моисеев С.И., Порядина В.Л. Модели и методы в управлении и экономике с применением информационных технологий [Электронный ресурс]: учебное пособие – СПб: Интермедия, 2017. – 264 с.
3. Колмогоров А.Н. (1986). Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Наука. 534 с.
4. Янушевич О. О., Соколов Е. В., Костырин Е. В., Стерликов П. Ф., Золотницкий И. В., Грачёв Д. И., Багдасарян Г. Г., Арутюнов С. Д. (2022) Экономико-математическая модель стимулирования труда врачей-стоматологов. // Экономика и управление: проблемы, решения 4, том 1
5. Барлаков С.А., Моисеев С.И., Порядина В.Л. Модели и методы в управлении и экономике с применением информационных технологий [Электронный ресурс]: учебное пособие – СПб: Интермедия, 2017. – 264 с.
6. Богданов Р.А. (2023). Центральная предельная теорема и её приложения // В сборнике: Stars of Science and Education. Сборник статей Международного научно-исследовательского конкурса. Пенза, 2023. С. 7-10.
7. Андреева А.Н., Новиков Е.С. (2023). Информационная система поддержки принятия решений в экспертных системах // Морской вестник. № S1(16). С. 63-67.
8. М.А. Плескунов Теория массового обслуживания : учебное пособие; М-во науки и высшего образования РФ, Урал. федер. ун-т.— Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2022.— 264 с
9. Бушуева Виолетта Олеговна, Сергеев Александр Эдуардович ТЕОРИЯ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ // StudNet. 2022. №7.
10. Кононов, Е. А., Овсянников, И. В., & Толстых, О. Д. (2022). СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С ОЖИДАНИЕМ В ТРАНСПОРТНЫХ ЗАДАЧАХ. Электронный научный журнал "Молодая наука Сибири", (3(17))
11. Золотарёв С.А., Фешина Е.В. (2023). Применение теории массового обслуживания при автоматизации предприятий доставки // Тенденции развития науки и образования. № 95-6. С. 20-23. DOI: [10.18411/trnio-03-2023-273](https://doi.org/10.18411/trnio-03-2023-273)