УДК 330.43, 330.45

**КОСТЫРИН Евгений Вячеславович** – заведующий кафедрой ИБМ5 «Финансы» МГТУ им. Н.Э. Баумана.

**Kostyrin E.V.** – Head of the Department of EBM5 “Finance”, Sub-faculty of Finance of Engineering Business and Management faculty (EBM5), Bauman Moscow State Technical University (BMSTU).

**ДРЫНКИН Степан Геннадьевич** – аспирант кафедры ИБМ5 «Финансы» МГТУ им. Н.Э. Баумана.

**Drynkin S.G.** – Postgraduate of the Department of EBM5 “Finance”, Sub-faculty of Finance of Engineering Business and Management faculty (EBM5), Bauman Moscow State Technical University (BMSTU).

ИННОВАЦИОННЫЙ МЕТОД РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПЕНСИОННЫХ НАКОПЛЕНИЙ ГРАЖДАН В НЕГОСУДАРСТВЕННЫЕ ПЕНСИОННЫЕ ФОНДЫ

Аннотация. В Российской Федерации сложилась продолжительная экономико-правовая напряжённость в распределении средств пенсионных накоплений граждан, однако у гражданина есть возможность выбора организации, управляющей его накопительной частью пенсии. Целью настоящего исследования выступает решение задачи динамического программирования об оптимальном распределении средств пенсионных накоплений граждан РФ в негосударственные пенсионные фонды (НПФ) на основе результатов прогнозирования их ожидаемой доходности с использованием прогностического уравнения Ферхюльста. Материалами и методами исследования являются системный анализ, прогностическое уравнение Ферхюльста, модели динамического программирования и условная оптимизация на основе уравнений Р. Беллмана, встроенные в программный продукт MS Excel процедуры и функции решения оптимизационных задач. Информационно-эмпирической базой исследования стали действующие нормативно-правовые акты, данные Федеральной службы государственной статистики (Росстата), открытые данные Центрального банка Российской Федерации (Банка России), анализ источников информации о деятельности отечественных НПФ, результаты эмпирических исследований отечественных и иностранных авторов, информация, полученная из открытых источников, о доходности 22 НПФ РФ. Прогноз на период с 2024-го года по 2063-ий год с использованием разработанной в статье прогностической модели Ферхюльста показал, что наибольшее значение ожидаемой доходности в 2063-ем году, а именно 11,66% в годовом выражении, следует ожидать от
АО НПФ «Альянс», а минимальное (3,54% в год) – от АО МНПФ «БОЛЬШОЙ». Решение задачи динамического программирования об оптимальном распределении пенсионных накоплений граждан в НПФ показало, что максимальная доходность от вложений пенсионных средств граждан будет при условии, что в период с 2024-ого года по 2043-ий год средства вкладываются в АО "НПФ "БУДУЩЕЕ", а с 2044-ого года по 2063-ий год средства вкладываются в АО НПФ «Альянс». Суммарная доходность пенсионных накоплений за весь период инвестирования (40 лет) составит 5202%, или более чем в 52 раза больше суммы первоначальных инвестиций.

Ключевые слова: прогнозирование, уравнение Ферхюльста, логистическое уравнение, доходность, уравнение Р. Беллмана, условная оптимизация, MS Excel, накопительная пенсия.

**Введение.** Как и любой механизм, государство не может обойтись без таких важных многочисленных организаций как пенсионные фонды. Пенсионный фонд – это одна из ключевых организаций любого государства, являющаяся одним из самых важных учреждений в стране. Именно поэтому существует как государственный пенсионный фонд, так и негосударственные пенсионные фонды (НПФ) [1]. Граждане каждого государства заинтересованы в том, чтобы иметь возможность выбрать негосударственную организацию для отчисления пенсионных взносов [2]. Из этого следует тот факт, что для выбора НПФ гражданам необходимо иметь представление о показателе годовой доходности каждого НПФ, каково его изменение за рассматриваемый период времени и с помощью чего это изменение достигнуто.

Изменение показателя годовой доходности любого пенсионного фонда является важным критерием, с помощью которого можно оценить благосостояние населения страны, а, следовательно, и экономическое состояние государства в целом. Следовательно, от изменения годовой доходности пенсионных фондов зависит, будет ли ожидать государство позитивная тенденция дальнейшего развития экономики или негативная [3, 4].

В настоящее время информации об ожидаемом среднем показателе годовой доходности пенсионных фондов в РФ недостаточно в силу значительного числа и разнообразия факторов, влияющих на неё. В этой связи существуют значительные трудности в построении прогнозов и их практическом
применении [5].

Существует огромное множество методов прогнозирования экономических показателей. Большую часть этих методов отличает высокая трудоёмкость и сложность расчётов.

***Целью данного исследования выступает*** разработка прогностической модели оценки ожидаемой годовой доходности НПФ Российской Федерации на основе уравнения Ферхюльста и с учётом полученных результатов решение задачи динамического программирования об оптимальном распределении пенсионных накоплений в НПФ.

**Материалы и методы.** Оптимальным решением для прогнозирования ожидаемой годовой доходности НПФ РФ является уравнение Ферхюльста, которое нашло себе применение при осуществлении демографических
прогнозов [2, 4].

Уравнение Ферхюльста отличается простотой использования, и поскольку данная модель очень хорошо себя зарекомендовала в демографических прогнозах, то есть основания полагать, что её использование для прогнозирования ожидаемой годовой доходности НПФ РФ также будет очень эффективно.

Применительно к данному исследованию уравнение Ферхюльста (уравнение логистического роста) имеет следующий вид [4]:

|  |  |
| --- | --- |
| , | (1) |

где *x* – это значение годовой процентной ставки доходности НПФ РФ, %; *r* – собственная скорость изменения годовой процентной ставки доходности, доли ед.; *K* – поддерживающая ёмкость, максимально возможная годовая
доходность, % [2, 4].

Точным решением дифференциального уравнения (1) является логистическая функция, *s*-образная кривая (логистическая кривая) следующего вида:

|  |  |
| --- | --- |
| , | (2) |

где *N*p – показатель, который при использовании данной формулы для расчета прогноза численности населения называется *N*max и обозначает максимально возможную численность населения, чел. В проводимом исследовании данный показатель не может обозначать максимально возможную годовую доходность в связи с высоким показателем волатильности годовой доходности рассматриваемых НПФ. В связи с вышеизложенным, *N*p – показатель, который обозначает вспомогательное значение доходности, которое необходимо для построения прогноза годового значения доходности рассматриваемых НПФ, %; *N0* – годовая фактическая доходность в начальный момент времени, %; *t* – количество периодов моделирования, число лет прогнозирования [2-4].

Вспомогательное значение годовой ставки доходности *N*p рассчитаем по следующей формуле:

|  |  |
| --- | --- |
| , | (3) |

где *N*1, *N*2 и *N*3 – значение годовой доходности в моменты времени *t*1, *t*2 и *t*3 соответственно, %.

А собственную скорость изменения годовой доходности *r* рекомендуется определять на основе следующего отношения:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (4) |

***Постановка задачи.*** Планируется оптимальное распределение пенсионных накоплений граждан в следующие НПФ Российской Федерации: АО «МНПФ «АКВИЛОН», АО «НПФ «Алмазная осень», АО НПФ «Альянс», АО МНПФ «БОЛЬШОЙ», АО «НПФ «Волга-Капитал», АО НПФ ВТБ Пенсионный фонд, АО «НПФ ГАЗФОНД пенсионные накопления», АО «НПФ «Гефест», АО «Национальный НПФ», АО «НПФ «Доверие», АО «НПФ «ОПФ им. В.В. Ливанова", АО «НПФ «Первый промышленный альянс», АО «НПФ «ПЕРСПЕКТИВА», АО НПФ «Профессиональный», АО «НПФ Сбербанка», АО «НПФ «Социум», АО «НПФ «Транснефть», АО «Ханты-Мансийский НПФ», АО "НПФ "БУДУЩЕЕ", АО «НПФ «Открытие», АО «НПФ «Сургутнефтегаз», АО «НПФ Эволюция» (итого 22 НПФ РФ) на период трудовой деятельности 40 лет, что определяется периодом трудовой деятельности, принимаемым в ряде научных исследований, посвящённых прогрессивным технологиям финансирования здравоохранения РФ на основе медицинских накопительных счетов и пенсионного обеспечения граждан России с использованием ППС [1, 3], т.е. на период с 2024-ого года по 2063-ий год включительно. Начальные средства *S*0 определяются накопленной суммой на персонифицированном пенсионном счёте за период трудовой деятельности. Инвестиции допускается делать не чаще, чем один раз в пять лет, т. к. если гражданин намерен менять страховщика (переходить из Пенсионного фонда России (ПФР) в НПФ, из НПФ в ПФР или из НПФ в НПФ) чаще чем один раз в пять лет, то, как показано в работе [1] он теряет инвестиционную доходность, полученную предыдущим страховщиком. Размеры вложений в выбранный НПФ кратны Δ*x* рублей, которые зависят от ожидаемой годовой доходности. Средства Δ*x*,направленные в каждый НПФ, возвращаются с соответствующей доходностью ФР*k*(*x*), которая потом снова направляется в выбранный НПФ для накопления пенсионных средств.

***Допущения:*** 1) суммарный финансовый результат не зависит от вложения средств в другие НПФ; 2) суммарный экономический эффект равен сумме финансовых результатов, полученных от вложения в выбранные НПФ;
3) владелец персонифицированного пенсионного счёта действует разумно;
4) единственным определяющим фактором для принятия управленческого решения об инвестициях в соответствующий НПФ является его ожидаемая годовая доходность; 5) на решения об инвестициях владельца персонифицированного пенсионного счёта не оказывают влияния бренд, разрекламированность НПФ и другие факторы, кроме экономических; 6) в течение всего периода инвестирования все НПФ будут иметь, получат и (или) продлят все необходимые разрешения и лицензии соответствующих федеральных и региональных органов и организаций, на решениях которых основываются результаты моделирования; 7) ожидаемая годовая доходность рассматриваемых НПФ за период трудовой деятельности (40 лет, с 2024-ого года по 2063-ий год) определена на основе прогностического уравнения Ферхюльста.

Задача заключается в определении размеров средств, выделяемых для инвестиций в каждый НПФ с тем, чтобы суммарный экономический эффект был максимальным.

***Построение уравнений Р. Беллмана (условная оптимизация)*** [5]. Зададим через *xk* объём средств, выделенных *k*-ому НПФ. Тогда суммарный экономический эффект от инвестиций в НПФ РФ равен:

|  |  |
| --- | --- |
| , | (5) |

где *n* – общее число НПФ (рассматривается 22 НПФ, значит, *n* = 22 для нашей задачи), *k* – номер НПФ (*k* = *n* – 1, *n* – 2, …, 2, 1). Переменные *x* удовлетворяют следующим ограничениям:

|  |  |
| --- | --- |
| , | (6) |
| *xk* ≥ 0, *k* = 1, 2,…, *n*. | (7) |

Требуется найти переменные *x*1, *x*2, …, *xn*, удовлетворяющие системе ограничений (6)-(7) и обращающие в максимум функцию (5).

***Ограничения модели.*** Ограничения линейные, но вложения в каждый НПФ дискретны, так как зависят от ожидаемой годовой доходности, поэтому применение методов линейного программирования для решения данной задачи затруднительно. Уравнения состояний в рассматриваемой задаче динамического программирования имеют следующий вид:

|  |  |
| --- | --- |
| *sk* = *sk*-1 – *xk*, *k* = 1, 2, …, *n*. | (8) |

где *sk* – параметр состояния, определяющий объём средств, оставшихся после
*k*-ого шага, т.е. объём средств, которые необходимо распределить между оставшимися *n*-*k* НПФ.

Введём в рассмотрение функцию *Zk\**(*sk*-1) – условный оптимальный экономический эффект, полученный от *k*, *k*+1, …, *n*-ого НПФ, если между ними распределялись оптимальным образом средства *sk-1* (0 ≤ *sk*-1 ≤ *s0*). Допустимые управления на *k*-ом шаге удовлетворяют условию: 0 ≤ *xk* ≤ *sk*-1 (либо *k*-ому НПФ ничего не выделяем, *xk* = 0, либо не больше того, что имеем к *k*-ому шагу,
*xk* ≤ *sk*-1). С учётом вышеизложенного уравнения Р. Беллмана для данной задачи имеют следующий вид:

|  |  |
| --- | --- |
| , | (9) |
| . | (10) |

Это реккурентные соотношения, позволяющие найти предыдущее значение функции, зная последующие.

***Практическая реализация прогностической модели Ферхюльста*** осуществлена на примере 22 НПФ, которые указаны выше. Исходные значения годовой процентной ставки доходности, необходимые для моделирования, взяты из открытых данных Центрального банка Российской Федерации (Банка
России) [6] и представлены в табл. 1.

Максимальное значение доходности пенсионных накоплений граждан в НПФ РФ и собственную скорость изменения доходности в годовом выражении определим по формулам (3) и (4) соответственно. Результаты расчётов представлены в табл. 2.

**Таблица 1**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № п/п | Наименование НПФ | Год |
| 2008 | 2009 | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 | 2016 | 2017 | 2018 | 2019 | 2020 | 2021 | 2022 | 2023 |
| 1 | АО «МНПФ «АКВИЛОН» | -35,99% | 55,72% | 11,40% | -4,20% | 3,98% | 5,27% | 6,69% | 8,40% | 11,51% | 9,71% | 6,83% | 10,75% | 5,17% | 2,41% | 5,21% | 6,39% |
| 2 | АО «НПФ «Алмазная осень» | -25,20% | 24,17% | 10,99% | 1,74% | 7,05% | 5,03% | 2,02% | 13,59% | 12,62% | 11,16% | 6,78% | 8,78% | 5,84% | 1,31% | 7,89% | 6,93% |
| 3 | АО НПФ «Альянс» | н/д | н/д | н/д | -4,28% | 6,37% | 9,84% | -0,13% | 12,15% | 9,76% | 8,83% | 4,20% | 9,68% | 6,42% | 1,05% | 6,06% | 1,13% |
| 4 | АО МНПФ «БОЛЬШОЙ» | -35,23% | 22,80% | 10,40% | 1,53% | 7,13% | 7,25% | 6,15% | 11,33% | 9,60% | 7,16% | 2,21% | 9,62% | 6,33% | 2,73% | 7,01% | 9,54% |
| 5 | АО «НПФ «Волга-Капитал» | -44,00% | 19,00% | 13,92% | 0,13% | 7,35% | 8,96% | 7,59% | 13,69% | 11,31% | 9,66% | 4,10% | 10,81% | 5,88% | 2,18% | 6,79% | 4,19% |
| 6 | АО НПФ ВТБ Пенсионный фонд | -11,15% | 17,42% | 11,54% | 0,73% | 10,99% | 6,59% | 4,72% | 10,76% | 10,30% | 9,02% | 5,53% | 8,58% | 5,96% | 3,73% | 3,33% | 7,20% |
| 7 | АО «НПФ ГАЗФОНД пенсионные накопления» | -26,86% | 29,35% | 11,84% | 1,23% | 9,17% | 7,23% | 2,85% | 13,92% | 13,16% | 9,53% | 6,37% | 6,21% | 5,46% | 5,39% | 2,22% | 12,90% |
| 8 | АО «НПФ «Гефест»  | -71,26% | 24,59% | 16,43% | -1,99% | 6,62% | 7,37% | 0,62% | 16,65% | 11,95% | 9,97% | 3,94% | 12,16% | 5,14% | 3,43% | 1,20% | 3,91% |
| 9 | АО «Национальный НПФ» | -0,03% | 30,38% | 12,29% | 1,65% | 5,21% | 4,94% | 1,65% | 11,90% | 11,48% | 9,81% | 4,08% | 9,49% | 5,61% | 1,61% | 5,66% | 5,23% |
| 10 | АО «НПФ «Доверие» | 1,20% | 35,70% | 11,60% | -3,29% | 6,07% | 8,35% | 5,43% | 9,60% | 10,10% | 8,49% | 4,30% | 7,28% | 5,41% | 3,84% | 6,53% | 8,00% |
| 11 | АО «НПФ «ОПФ им. В.В. Ливанова" | 50,29% | 33,37% | 13,72% | -5,56% | 6,13% | 7,51% | 6,48% | 13,06% | 12,31% | 8,62% | 6,31% | 9,33% | 6,78% | 3,30% | 6,24% | 9,36% |
| 12 | АО «НПФ «Первый промышленный альянс» | -24,25% | 24,25% | 14,75% | 2,77% | 8,35% | 8,68% | 2,73% | 13,34% | 12,22% | 8,14% | 5,04% | 10,72% | 5,96% | 3,24% | 4,97% | 5,36% |
| 13 | АО «НПФ «ПЕРСПЕКТИВА» | -36,46% | 46,17% | 11,27% | 0,34% | 6,80% | 6,07% | 2,19% | 12,75% | 10,36% | 9,19% | 4,78% | 9,88% | 5,95% | 2,33% | 6,84% | 8,70% |
| 14 | АО НПФ «Профессиональный»  | 0,13% | 13,46% | 6,68% | 3,90% | 7,07% | 7,40% | 3,27% | 8,11% | 8,25% | 8,59% | 3,86% | 7,31% | 3,73% | 2,10% | 5,69% | 7,73% |
| 15 | АО «НПФ Сбербанка» | -27,34% | 32,22% | 11,31% | -0,09% | 7,84% | 6,95% | 2,67% | 10,70% | 9,60% | 8,70% | 4,64% | 8,17% | 6,14% | 7,44% | 2,35% | 13,11% |
| 16 | АО «НПФ «Социум» | -15,47% | 14,41% | 11,88% | 1,87% | 10,24% | 8,53% | 7,10% | 12,43% | 10,62% | 8,93% | 5,61% | 8,71% | 7,29% | 2,29% | 4,57% | 5,44% |
| 17 | АО «НПФ «Транснефть» | -19,47% | 20,33% | 13,42% | 1,74% | 7,16% | 6,65% | 2,38% | 12,97% | 8,83% | 8,39% | 3,72% | 8,78% | 5,02% | 2,17% | 4,59% | 7,12% |
| 18 | АО «Ханты-Мансийский НПФ» | -15,72% | 23,29% | 14,85% | 2,39% | 7,91% | 6,61% | 0,44% | 15,84% | 9,63% | 8,16% | 4,15% | 10,94% | 5,42% | 1,28% | 6,87% | 3,97% |
| 19 | АО "НПФ "БУДУЩЕЕ" | н/д | н/д | н/д | н/д | н/д | н/д | 1,47% | 5,58% | 4,08% | -2,01% | -15,28% | 6,87% | 4,74% | 4,16% | 1,79% | 11,74% |
| 20 | АО «НПФ «Открытие» | н/д | н/д | н/д | н/д | н/д | н/д | 8,95% | 8,96% | 8,23% | -5,26% | -10,80% | 10,33% | 4,24% | 4,14% | 4,79% | 6,51% |
| 21 | АО «НПФ «Сургутнефтегаз» | н/д | н/д | н/д | н/д | н/д | н/д | 0,25% | 12,94% | 11,61% | 8,74% | 5,32% | 12,12% | 6,14% | 1,86% | 7,32% | 5,59% |
| 22 | АО «НПФ Эволюция» | н/д | н/д | н/д | н/д | н/д | н/д | 7,26% | 10,57% | 10,80% | 8,13% | 5,12% | 10,36% | 6,79% | 2,52% | 5,08% | 8,05% |

Доходность пенсионных накоплений граждан в НПФ РФ в годовом выражении по данным Банка России

*Примечание: н/д – нет данных*

**Таблица 2**

Максимальное значение годовой доходности и собственная скорость изменения годовой доходности, рассчитанные по формулам (3) и (4) соответственно

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Наименование НПФ | Вспомогательное значение годовой доходности *Np*, % | Скорость изменения годовой доходности *r*, доли ед. |
| 1 | АО «МНПФ «АКВИЛОН» | 6,47 | 0,027 |
| 2 | АО «НПФ «Алмазная осень» | 6,94 | 0,011 |
| 3 | АО НПФ «Альянс» | 15,35 | -0,005 |
| 4 | АО МНПФ «БОЛЬШОЙ» | 3,48 | -0,002 |
| 5 | АО «НПФ «Волга-Капитал» | 4,19 | -0,008 |
| 6 | АО НПФ ВТБ Пенсионный фонд | 6,11 | -0,119 |
| 7 | АО «НПФ ГАЗФОНД пенсионные накопления» | 7,05 | -0,142 |
| 8 | АО «НПФ «Гефест» | 3,91 | -0,171 |
| 9 | АО «Национальный НПФ» | 4,52 | 0,008 |
| 10 | АО «НПФ «Доверие» | 5,63 | 0,007 |
| 11 | АО «НПФ «ОПФ им. В.В. Ливанова" | 7,07 | 0,002 |
| 12 | АО «НПФ «Первый промышленный альянс» | 5,32 | -0,052 |
| 13 | АО «НПФ «ПЕРСПЕКТИВА» | 5,59 | 0,001 |
| 14 | АО НПФ «Профессиональный» | 5,11 | -0,022 |
| 15 | АО «НПФ Сбербанка» | 5,94 | -0,120 |
| 16 | АО «НПФ «Социум» | 5,42 | -0,081 |
| 17 | АО «НПФ «Транснефть» | 4,83 | -0,044 |
| 18 | АО «Ханты-Мансийский НПФ» | 3,95 | -0,014 |
| 19 | АО "НПФ "БУДУЩЕЕ" | 9,60 | -0,137 |
| 20 | АО «НПФ «Открытие» | 5,99 | -0,090 |
| 21 | АО «НПФ «Сургутнефтегаз» | 5,35 | -0,077 |
| 22 | АО «НПФ Эволюция» | 7,38 | -0,126 |

Прогнозные значения годовой доходности пенсионных накоплений граждан в НПФ РФ на период с 2024-ого года по 2063-ий год, рассчитанные согласно уравнению Ферхюльста (2), представлены в табл. 3. Параметр *N*0 представляет собой годовую доходность пенсионных накоплений граждан в НПФ РФ в начальный момент времени, т.е. по состоянию на 2023-ий год (см. последний столбец табл. 1).

**Таблица 3**

Прогнозные значения годовой доходности пенсионных накоплений граждан в НПФ РФ на период с 2024-ого года по 2063-ий год, рассчитанные с использованием прогностического уравнения Ферхюльста

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № п/п | Наименование НПФ | Год |
| 2024 | 2025 | 2026 | 2027 | 2028 | 2029 | 2030 | 2031 | 2032 | 2033 | 2034 | 2035 | 2036 | 2037 | 2038 | 2039 | 2040 | 2041 | 2042 | 2043 |
| 1 | АО «МНПФ «АКВИЛОН» | 6,39% | 6,43% | 6,44% | 6,45% | 6,45% | 6,46% | 6,46% | 6,46% | 6,46% | 6,46% | 6,46% | 6,46% | 6,46% | 6,46% | 6,46% | 6,46% | 6,46% | 6,46% | 6,46% | 6,46% |
| 2 | АО «НПФ «Алмазная осень» | 6,93% | 6,94% | 6,94% | 6,94% | 6,94% | 6,94% | 6,94% | 6,94% | 6,94% | 6,94% | 6,94% | 6,94% | 6,94% | 6,94% | 6,94% | 6,94% | 6,94% | 6,94% | 6,94% | 6,94% |
| 3 | АО НПФ «Альянс» | 1,12% | 2,10% | 2,94% | 3,69% | 4,35% | 4,94% | 5,47% | 5,95% | 6,38% | 6,78% | 7,14% | 7,47% | 7,78% | 8,07% | 8,33% | 8,57% | 8,80% | 9,02% | 9,22% | 9,40% |
| 4 | АО МНПФ «БОЛЬШОЙ» | 9,57% | 5,10% | 4,42% | 4,14% | 3,99% | 3,89% | 3,83% | 3,78% | 3,74% | 3,72% | 3,69% | 3,67% | 3,66% | 3,65% | 3,63% | 3,62% | 3,62% | 3,61% | 3,60% | 3,59% |
| 5 | АО «НПФ «Волга-Капитал» | 4,19% | 4,19% | 4,19% | 4,19% | 4,19% | 4,19% | 4,19% | 4,19% | 4,19% | 4,19% | 4,19% | 4,19% | 4,19% | 4,19% | 4,19% | 4,19% | 4,19% | 4,19% | 4,19% | 4,19% |
| 6 | АО НПФ ВТБ Пенсионный фонд | 7,37% | 6,68% | 6,48% | 6,38% | 6,33% | 6,29% | 6,26% | 6,24% | 6,23% | 6,22% | 6,21% | 6,20% | 6,19% | 6,19% | 6,18% | 6,18% | 6,17% | 6,17% | 6,17% | 6,16% |
| 7 | АО «НПФ ГАЗФОНД пенсионные накопления» | 14,77% | 9,54% | 8,54% | 8,11% | 7,87% | 7,72% | 7,62% | 7,54% | 7,48% | 7,44% | 7,40% | 7,37% | 7,34% | 7,32% | 7,30% | 7,29% | 7,27% | 7,26% | 7,25% | 7,24% |
| 8 | АО «НПФ «Гефест» | 3,91% | 3,91% | 3,91% | 3,91% | 3,91% | 3,91% | 3,91% | 3,91% | 3,91% | 3,91% | 3,91% | 3,91% | 3,91% | 3,91% | 3,91% | 3,91% | 3,91% | 3,91% | 3,91% | 3,91% |
| 9 | АО «Национальный НПФ» | 5,22% | 4,85% | 4,73% | 4,68% | 4,64% | 4,62% | 4,61% | 4,60% | 4,59% | 4,58% | 4,58% | 4,57% | 4,57% | 4,56% | 4,56% | 4,56% | 4,56% | 4,55% | 4,55% | 4,55% |
| 10 | АО «НПФ «Доверие» | 7,98% | 6,60% | 6,25% | 6,08% | 5,99% | 5,92% | 5,88% | 5,85% | 5,82% | 5,80% | 5,79% | 5,78% | 5,76% | 5,75% | 5,75% | 5,74% | 5,73% | 5,73% | 5,72% | 5,72% |
| 11 | АО «НПФ «ОПФ им. В.В. Ливанова" | 9,35% | 8,05% | 7,69% | 7,53% | 7,43% | 7,37% | 7,32% | 7,29% | 7,27% | 7,24% | 7,23% | 7,21% | 7,20% | 7,19% | 7,18% | 7,18% | 7,17% | 7,17% | 7,16% | 7,16% |
| 12 | АО «НПФ «Первый промышленный альянс» | 5,36% | 5,34% | 5,33% | 5,33% | 5,33% | 5,33% | 5,32% | 5,32% | 5,32% | 5,32% | 5,32% | 5,32% | 5,32% | 5,32% | 5,32% | 5,32% | 5,32% | 5,32% | 5,32% | 5,32% |
| 13 | АО «НПФ «ПЕРСПЕКТИВА» | 8,70% | 6,80% | 6,34% | 6,14% | 6,02% | 5,94% | 5,89% | 5,85% | 5,82% | 5,79% | 5,77% | 5,76% | 5,74% | 5,73% | 5,72% | 5,71% | 5,71% | 5,70% | 5,69% | 5,69% |
| 14 | АО НПФ «Профессиональный» | 7,82% | 6,18% | 5,78% | 5,59% | 5,49% | 5,42% | 5,38% | 5,34% | 5,31% | 5,29% | 5,28% | 5,26% | 5,25% | 5,24% | 5,23% | 5,22% | 5,22% | 5,21% | 5,20% | 5,20% |
| 15 | АО «НПФ Сбербанка» | 15,50% | 8,59% | 7,48% | 7,03% | 6,78% | 6,63% | 6,52% | 6,44% | 6,38% | 6,34% | 6,30% | 6,27% | 6,24% | 6,22% | 6,20% | 6,18% | 6,17% | 6,16% | 6,14% | 6,13% |
| 16 | АО «НПФ «Социум» | 5,44% | 5,43% | 5,43% | 5,43% | 5,43% | 5,43% | 5,43% | 5,43% | 5,43% | 5,43% | 5,43% | 5,42% | 5,42% | 5,42% | 5,42% | 5,42% | 5,42% | 5,42% | 5,42% | 5,42% |
| 17 | АО «НПФ «Транснефть» | 7,28% | 5,80% | 5,44% | 5,27% | 5,17% | 5,11% | 5,07% | 5,04% | 5,01% | 4,99% | 4,98% | 4,97% | 4,95% | 4,94% | 4,94% | 4,93% | 4,92% | 4,92% | 4,91% | 4,91% |
| 18 | АО «Ханты-Мансийский НПФ» | 3,97% | 3,96% | 3,95% | 3,95% | 3,95% | 3,95% | 3,95% | 3,95% | 3,95% | 3,95% | 3,95% | 3,95% | 3,95% | 3,95% | 3,95% | 3,95% | 3,95% | 3,95% | 3,95% | 3,95% |
| 19 | АО "НПФ "БУДУЩЕЕ" | 12,14% | 10,72% | 10,32% | 10,13% | 10,02% | 9,95% | 9,90% | 9,86% | 9,83% | 9,81% | 9,79% | 9,77% | 9,76% | 9,75% | 9,74% | 9,73% | 9,72% | 9,71% | 9,71% | 9,70% |
| 20 | АО «НПФ «Открытие» | 6,56% | 6,26% | 6,17% | 6,12% | 6,10% | 6,08% | 6,07% | 6,06% | 6,05% | 6,04% | 6,04% | 6,03% | 6,03% | 6,03% | 6,03% | 6,02% | 6,02% | 6,02% | 6,02% | 6,02% |
| 21 | АО «НПФ «Сургутнефтегаз» | 5,61% | 5,48% | 5,44% | 5,42% | 5,40% | 5,39% | 5,39% | 5,38% | 5,38% | 5,38% | 5,38% | 5,37% | 5,37% | 5,37% | 5,37% | 5,37% | 5,37% | 5,37% | 5,37% | 5,37% |
| 22 | АО «НПФ Эволюция» | 8,15% | 7,75% | 7,62% | 7,56% | 7,52% | 7,50% | 7,48% | 7,47% | 7,46% | 7,45% | 7,45% | 7,44% | 7,44% | 7,43% | 7,43% | 7,43% | 7,42% | 7,42% | 7,42% | 7,42% |

***Таблица 3 (продолжение)***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № п/п | Наименование НПФ | Год |
| 2044 | 2045 | 2046 | 2047 | 2048 | 2049 | 2050 | 2051 | 2052 | 2053 | 2054 | 2055 | 2056 | 2057 | 2058 | 2059 | 2060 | 2061 | 2062 | 2063 |
| 1 | АО «МНПФ «АКВИЛОН» | 6,46% | 6,47% | 6,47% | 6,47% | 6,47% | 6,47% | 6,47% | 6,47% | 6,47% | 6,47% | 6,47% | 6,47% | 6,47% | 6,47% | 6,47% | 6,47% | 6,47% | 6,47% | 6,47% | 6,47% |
| 2 | АО «НПФ «Алмазная осень» | 6,94% | 6,94% | 6,94% | 6,94% | 6,94% | 6,94% | 6,94% | 6,94% | 6,94% | 6,94% | 6,94% | 6,94% | 6,94% | 6,94% | 6,94% | 6,94% | 6,94% | 6,94% | 6,94% | 6,94% |
| 3 | АО НПФ «Альянс» | 9,58% | 9,75% | 9,90% | 10,05% | 10,19% | 10,33% | 10,45% | 10,58% | 10,69% | 10,80% | 10,90% | 11,00% | 11,10% | 11,19% | 11,28% | 11,36% | 11,44% | 11,52% | 11,59% | 11,66% |
| 4 | АО МНПФ «БОЛЬШОЙ» | 3,59% | 3,58% | 3,58% | 3,57% | 3,57% | 3,57% | 3,56% | 3,56% | 3,56% | 3,56% | 3,55% | 3,55% | 3,55% | 3,55% | 3,54% | 3,54% | 3,54% | 3,54% | 3,54% | 3,54% |
| 5 | АО «НПФ «Волга-Капитал» | 4,19% | 4,19% | 4,19% | 4,19% | 4,19% | 4,19% | 4,19% | 4,19% | 4,19% | 4,19% | 4,19% | 4,19% | 4,19% | 4,19% | 4,19% | 4,19% | 4,19% | 4,19% | 4,19% | 4,19% |
| 6 | АО НПФ ВТБ Пенсионный фонд | 6,16% | 6,16% | 6,16% | 6,15% | 6,15% | 6,15% | 6,15% | 6,15% | 6,15% | 6,15% | 6,14% | 6,14% | 6,14% | 6,14% | 6,14% | 6,14% | 6,14% | 6,14% | 6,14% | 6,14% |
| 7 | АО «НПФ ГАЗФОНД пенсионные накопления» | 7,23% | 7,22% | 7,21% | 7,21% | 7,20% | 7,19% | 7,19% | 7,18% | 7,18% | 7,17% | 7,17% | 7,17% | 7,16% | 7,16% | 7,16% | 7,15% | 7,15% | 7,15% | 7,14% | 7,14% |
| 8 | АО «НПФ «Гефест» | 3,91% | 3,91% | 3,91% | 3,91% | 3,91% | 3,91% | 3,91% | 3,91% | 3,91% | 3,91% | 3,91% | 3,91% | 3,91% | 3,91% | 3,91% | 3,91% | 3,91% | 3,91% | 3,91% | 3,91% |
| 9 | АО «Национальный НПФ» | 4,55% | 4,55% | 4,55% | 4,54% | 4,54% | 4,54% | 4,54% | 4,54% | 4,54% | 4,54% | 4,54% | 4,54% | 4,54% | 4,54% | 4,54% | 4,54% | 4,54% | 4,54% | 4,53% | 4,53% |
| 10 | АО «НПФ «Доверие» | 5,71% | 5,71% | 5,71% | 5,70% | 5,70% | 5,70% | 5,70% | 5,69% | 5,69% | 5,69% | 5,69% | 5,69% | 5,68% | 5,68% | 5,68% | 5,68% | 5,68% | 5,68% | 5,68% | 5,68% |
| 11 | АО «НПФ «ОПФ им. В.В. Ливанова" | 7,15% | 7,15% | 7,14% | 7,14% | 7,14% | 7,13% | 7,13% | 7,13% | 7,13% | 7,13% | 7,12% | 7,12% | 7,12% | 7,12% | 7,12% | 7,12% | 7,11% | 7,11% | 7,11% | 7,11% |
| 12 | АО «НПФ «Первый промышленный альянс» | 5,32% | 5,32% | 5,32% | 5,32% | 5,32% | 5,32% | 5,32% | 5,32% | 5,32% | 5,32% | 5,32% | 5,32% | 5,32% | 5,32% | 5,32% | 5,32% | 5,32% | 5,32% | 5,32% | 5,32% |
| 13 | АО «НПФ «ПЕРСПЕКТИВА» | 5,68% | 5,68% | 5,68% | 5,67% | 5,67% | 5,66% | 5,66% | 5,66% | 5,66% | 5,65% | 5,65% | 5,65% | 5,65% | 5,65% | 5,64% | 5,64% | 5,64% | 5,64% | 5,64% | 5,64% |
| 14 | АО НПФ «Профессиональный» | 5,20% | 5,19% | 5,19% | 5,18% | 5,18% | 5,18% | 5,18% | 5,17% | 5,17% | 5,17% | 5,17% | 5,17% | 5,16% | 5,16% | 5,16% | 5,16% | 5,16% | 5,16% | 5,16% | 5,15% |
| 15 | АО «НПФ Сбербанка» | 6,12% | 6,12% | 6,11% | 6,10% | 6,09% | 6,09% | 6,08% | 6,08% | 6,07% | 6,07% | 6,07% | 6,06% | 6,06% | 6,05% | 6,05% | 6,05% | 6,05% | 6,04% | 6,04% | 6,04% |
| 16 | АО «НПФ «Социум» | 5,42% | 5,42% | 5,42% | 5,42% | 5,42% | 5,42% | 5,42% | 5,42% | 5,42% | 5,42% | 5,42% | 5,42% | 5,42% | 5,42% | 5,42% | 5,42% | 5,42% | 5,42% | 5,42% | 5,42% |
| 17 | АО «НПФ «Транснефть» | 4,90% | 4,90% | 4,90% | 4,89% | 4,89% | 4,89% | 4,89% | 4,88% | 4,88% | 4,88% | 4,88% | 4,88% | 4,88% | 4,87% | 4,87% | 4,87% | 4,87% | 4,87% | 4,87% | 4,87% |
| 18 | АО «Ханты-Мансийский НПФ» | 3,95% | 3,95% | 3,95% | 3,95% | 3,95% | 3,95% | 3,95% | 3,95% | 3,95% | 3,95% | 3,95% | 3,95% | 3,95% | 3,95% | 3,95% | 3,95% | 3,95% | 3,95% | 3,95% | 3,95% |
| 19 | АО "НПФ "БУДУЩЕЕ" | 9,70% | 9,69% | 9,69% | 9,69% | 9,68% | 9,68% | 9,68% | 9,67% | 9,67% | 9,67% | 9,67% | 9,67% | 9,66% | 9,66% | 9,66% | 9,66% | 9,66% | 9,66% | 9,65% | 9,65% |
| 20 | АО «НПФ «Открытие» | 6,02% | 6,01% | 6,01% | 6,01% | 6,01% | 6,01% | 6,01% | 6,01% | 6,01% | 6,01% | 6,01% | 6,01% | 6,01% | 6,01% | 6,01% | 6,01% | 6,01% | 6,00% | 6,00% | 6,00% |
| 21 | АО «НПФ «Сургутнефтегаз» | 5,36% | 5,36% | 5,36% | 5,36% | 5,36% | 5,36% | 5,36% | 5,36% | 5,36% | 5,36% | 5,36% | 5,36% | 5,36% | 5,36% | 5,36% | 5,36% | 5,36% | 5,36% | 5,36% | 5,36% |
| 22 | АО «НПФ Эволюция» | 7,42% | 7,41% | 7,41% | 7,41% | 7,41% | 7,41% | 7,41% | 7,41% | 7,41% | 7,41% | 7,41% | 7,40% | 7,40% | 7,40% | 7,40% | 7,40% | 7,40% | 7,40% | 7,40% | 7,40% |

Как указано выше, свои пенсионных накопления гражданам рекомендуется инвестировать в НПФ не чаще одного раза в пять лет, в противном случае, как показано в научной статье [1], гражданин рискует потерять инвестиционную доходность на свои вложенные средства. В табл. 4 представлены данные табл. 3, группированные и усреднённые по соответствующим пятилетним периодам.

**Таблица 4**

Прогнозные значения годовой доходности пенсионных накоплений граждан в НПФ РФ, усреднённые по пятилетним периодам

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № п/п | Наименование НПФ | Порядковый номер пятилетнего периода |
| I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII |
| Годы |
| 2024-2028 | 2029-2033 | 2034-2038 | 2039-2043 | 2044-2048 | 2049-2053 | 2054-2058 | 2059-2063 |
| 1 | АО «МНПФ «АКВИЛОН» | 6,43% | 6,46% | 6,46% | 6,46% | 6,47% | 6,47% | 6,47% | 6,47% |
| 2 | АО «НПФ «Алмазная осень» | 6,94% | 6,94% | 6,94% | 6,94% | 6,94% | 6,94% | 6,94% | 6,94% |
| 3 | АО НПФ «Альянс» | 2,84% | 5,90% | 7,76% | 9,00% | 9,90% | 10,57% | 11,09% | 11,52% |
| 4 | АО МНПФ «БОЛЬШОЙ» | 5,44% | 3,79% | 3,66% | 3,61% | 3,58% | 3,56% | 3,55% | 3,54% |
| 5 | АО «НПФ «Волга-Капитал» | 4,19% | 4,19% | 4,19% | 4,19% | 4,19% | 4,19% | 4,19% | 4,19% |
| 6 | АО НПФ ВТБ Пенсионный фонд | 6,65% | 6,25% | 6,19% | 6,17% | 6,16% | 6,15% | 6,14% | 6,14% |
| 7 | АО «НПФ ГАЗФОНД пенсионные накопления» | 9,77% | 7,56% | 7,35% | 7,26% | 7,21% | 7,18% | 7,16% | 7,15% |
| 8 | АО «НПФ «Гефест»  | 3,91% | 3,91% | 3,91% | 3,91% | 3,91% | 3,91% | 3,91% | 3,91% |
| 9 | АО «Национальный НПФ» | 4,82% | 4,60% | 4,57% | 4,55% | 4,55% | 4,54% | 4,54% | 4,54% |
| 10 | АО «НПФ «Доверие» | 6,58% | 5,86% | 5,77% | 5,73% | 5,71% | 5,69% | 5,68% | 5,68% |
| 11 | АО «НПФ «ОПФ им. В.В. Ливанова" | 8,01% | 7,30% | 7,20% | 7,17% | 7,14% | 7,13% | 7,12% | 7,11% |
| 12 | АО «НПФ «Первый промышленный альянс» | 5,34% | 5,32% | 5,32% | 5,32% | 5,32% | 5,32% | 5,32% | 5,32% |
| 13 | АО «НПФ «ПЕРСПЕКТИВА» | 6,80% | 5,86% | 5,75% | 5,70% | 5,68% | 5,66% | 5,65% | 5,64% |
| 14 | АО НПФ «Профессиональный»  | 6,17% | 5,35% | 5,25% | 5,21% | 5,19% | 5,17% | 5,16% | 5,16% |
| 15 | АО «НПФ Сбербанка» | 9,08% | 6,46% | 6,24% | 6,16% | 6,11% | 6,08% | 6,06% | 6,04% |
| 16 | АО «НПФ «Социум» | 5,43% | 5,43% | 5,42% | 5,42% | 5,42% | 5,42% | 5,42% | 5,42% |
| 17 | АО «НПФ «Транснефть» | 5,79% | 5,05% | 4,96% | 4,92% | 4,90% | 4,88% | 4,88% | 4,87% |
| 18 | АО «Ханты-Мансийский НПФ» | 3,96% | 3,95% | 3,95% | 3,95% | 3,95% | 3,95% | 3,95% | 3,95% |
| 19 | АО "НПФ "БУДУЩЕЕ" | 10,67% | 9,87% | 9,76% | 9,72% | 9,69% | 9,67% | 9,66% | 9,66% |
| 20 | АО «НПФ «Открытие» | 6,24% | 6,06% | 6,03% | 6,02% | 6,01% | 6,01% | 6,01% | 6,00% |
| 21 | АО «НПФ «Сургутнефтегаз» | 5,47% | 5,38% | 5,37% | 5,37% | 5,36% | 5,36% | 5,36% | 5,36% |
| 22 | АО «НПФ Эволюция» | 7,72% | 7,47% | 7,44% | 7,42% | 7,41% | 7,41% | 7,40% | 7,40% |

Решение задачи динамического программирования об оптимальном распределении пенсионных накоплений граждан в рассматриваемые 22 НПФ РФ (5)-(10) с учётом сделанного с использованием прогностической модели Ферхюльста прогноза годовой доходности на период с 2024-ого года по 2063-ий год (см. табл. 4) выполним в программной среде MS Excel. Для этого создадим рабочее поле на листе MS Excel такой же размерности, что и исходные данные (табл. 4). Заполним рабочее поле (матрицу) произвольными значениями, например нулями так, как показано на рис. 1. В ячейки справа и снизу от таблицы внесём формулы, представляющие собой суммы элементов в каждой строке и столбце рабочей матрицы соответственно. Так, значение 0 в ячейке U6 является суммой элементов строки матрицы M6–T6, т. е. U6=M6+N6+O6+P6+Q6+R6+S6+T6, U7=M7+N7+O7+P7+Q7+R7+S7+T7 и т. д. до U27. Значение 0 в ячейке M28 есть сумма элементов первого столбца рабочей матрицы, т. e. M28 =M6+M7+M8+…+M27, N28 =N6+N7+N8+…+N27 и т. д. до T28. Значение 0 в ячейке U28 является суммой ячеек M28–T28 и показывает количество возможных переходов из одного НПФ в другой без потери доходности. Целевой функцией является сумма произведений соответствующих элементов двух массивов. В программной среде MS Excel данная запись выглядит следующим образом: ячейка C3=СУММПРОИЗВ(C6:J27;M6:T27).



**Рис. 1.** Фрагмент листа MS Excel с исходными значениями для решения
задачи (5)-(10)

Как указано выше, задача заключается в определении размеров средств, выделяемых для инвестиций в каждый НПФ с тем, чтобы суммарный экономический эффект был максимальным. Следовательно, рассматриваемая задача динамического программирования об оптимальном распределении пенсионных накоплений граждан в рассматриваемые НПФ РФ представляет собой задачу на поиск максимума.

Для определения максимального значения целевой функции используем встроенную в программный продукт MS Excel подпрограмму «Поиск решения», диалоговое окно которой показано на рис. 2.



**Рис. 2.** Диалоговое окно встроенной в программный продукт MS Excel подпрограммы Поиск решения

В соответствующем поле диалогового окна устанавливаем целевую ячейку $C$3 равной максимальному значению (задача максимизации). Изменяемыми ячейками в рассматриваемой задаче динамического программирования об оптимальном распределении пенсионных накоплений граждан в НПФ РФ являются ячейки $M$6:$T$27, поэтому указываем их в соответствующем поле диалогового окна. В поле «Ограничения» приводим существующие ограничения на изменяемые ячейки (см. рис. 2). В рассматриваемой задаче имеются следующие ограничения:

1) В каждый из временных пятилетних периодов может быть выбран только один НПФ, что задаётся ограничением вида: $M$28:$T$38=1;

2) Значения изменяемых ячеек могут быть только бинарными (двоичными) 0 или 1;

3) U28 – это сумма количества принятых управленческих решений (сделанных гражданами выборов) о том, в какой НПФ инвестировать. Всего сделанных выборов должно быть столько же, сколько и временных периодов, т.е. 8.

После создания вышеуказанных ограничений нажимаем «Найти решение». Решение задачи динамического программирования об оптимальном распределении пенсионных накоплений граждан в НПФ РФ в программной среде MS Excel представлено на рис. 3.

Как видно из результатов, представленных на рис. 3, максимальная доходность от вложений пенсионных средств граждан будет при условии, что в период с 2024-ого года по 2043-ий год средства вкладываются в НПФ АО «Будущее», а с 2044-ого года по 2063-ий год средства вкладываются в НПФ АО «Альянс» (единицы в соответствующих ячейках таблицы на рис. 3). Суммарная доходность пенсионных накоплений за весь период инвестирования (40 лет) составит 5202%, или более чем в 52 раза больше суммы первоначальных инвестиций (см. значение целевой функции в ячейке C3 на рис. 3).



**Рис. 3.** Решение задачи динамического программирования в программной среде MS Excel

**Анализ полученных результатов:**

1) В работе предложено использовать уравнение Ферхюльста в качестве инструмента для прогнозирования величины процентной ставки годовой доходности негосударственных пенсионных фондов. Использование данной модели позволяет составлять точный прогноз показателей годовой доходности, используя минимальное количество ресурсов.

2) В работе предложен авторский подход к решению задачи о распределении инвестиций в НПФ. Данный подход позволяет наиболее эффективно определить тот НПФ, в который вкладывать пенсионные отчисления будет наиболее выгодно. Использование авторского инструментария на основе метода динамического программирования, встроенных процедур программного продукта MS Excel дает возможность автоматизировать процесс принятия управленческих решений о выборе НПФ.

3) Прогноз на период с 2024-го года по 2063-ий год с использованием разработанной в статье прогностической модели Ферхюльста показал, что наибольшее значение ожидаемой доходности в 2063-ем году, а именно 11,66% в годовом выражении, следует ожидать от АО НПФ «Альянс», а минимальное (3,54% в год) – от АО МНПФ «БОЛЬШОЙ».

4) Решение задачи динамического программирования об оптимальном распределении пенсионных накоплений граждан в НПФ показало, что максимальная доходность от вложений пенсионных средств граждан будет при условии, что в период с 2024-ого года по 2043-ий год средства вкладываются в АО "НПФ "БУДУЩЕЕ", а с 2044-ого года по 2063-ий год средства вкладываются в АО НПФ «Альянс». Суммарная доходность пенсионных накоплений за весь период инвестирования (40 лет) составит 5202%, или более чем в 52 раза больше суммы первоначальных инвестиций.

**Список литературы**

1. Костырин Е.В., Дрынкин С.Г., Саакян О.О. Экономико-правовые основы управления средствами пенсионных накоплений граждан // Вестник Алтайской академии экономики и права. 2024. № 4-3. С. 428-435. DOI: 10.17513/vaael.3442.
2. Kostyrin Evgeniy, Suo Si, Drynkin Stepan. (2024). Demographic burden and average insurance retirement benefit: Scenario approach. E3S Web of Conferences. 535. DOI: 10.1051/e3sconf/202453502013.
3. Костырин Е.В., Дрынкин С.Г. Экономический эффект от внедрения персонифицированных пенсионных счетов в систему пенсионного обеспечения граждан России // Экономика и управление: проблемы, решения. 2023. № 9,
Том 3. С. 129-144. DOI: 10.36871/ek.up.p.r.2023.09.03.014.
4. Костырин Е.В., Дрынкин С.Г. Уравнение Ферхюльста как инструмент демографического прогнозирования // Научные труды Вольного экономического общества России. 2023. № 2, Том 240. С. 407-435. DOI: 10.38197/2072-2060-2023-240-2-407-435.
5. Костырин Е.В. Решение задачи о распределении средств фонда развития медицинской организации между её отделениями методами динамического программирования // Вестник науки Тольяттинского государственного университета. Серия: Экономика и управление. 2019. № 4. С. 27-34. DOI: 10.18323/2221-5689-2019-4-27-34.
6. Центральный банк Российской Федерации [Электронный ресурс]. URL: cbr.ru (дата обращения 12.02.2025 г.).

**References:**

1. Kostyrin E.V., Drinkin S.G., Sahakian O.O. Economic and legal foundations of the management of pension savings of citizens // Bulletin of the Altai Academy of Economics and Law. 2024. No. 4-3, pp. 428-435. DOI: 10.17513/vaael.3442.
2. Kostyrin Evgeniy, Suo Si, Drynkin Stepan (2024). Demographic burden and average insurance retirement benefit: Scenario approach. E3S Web of Conferences. 535. DOI: 10.1051/e3sconf/202453502013.
3. Kostyrin E.V., Drinkin S.G. The economic effect of introducing personalized pension accounts into the pension system of Russian citizens // Economics and management: problems, solutions. 2023. No. 9, Volume 3, pp. 129-144. DOI: 10.36871/ek.up.p.r.2023.09.03.014.
4. Kostyrin E.V., Drinkin S.G. The Ferhulst equation as a demographic forecasting tool // Scientific works of the Free Economic Society of Russia. 2023. No. 2, Volume 240, pp. 407-435. DOI: 10.38197/2072-2060-2023-240-2-407-435.
5. Kostyrin E.V. Solving the problem of allocating funds from the medical organization development fund between its departments using dynamic programming methods. // Bulletin of Science of Tolyatti State University. Series: Economics and Management. 2019. No. 4, pp. 27-34. DOI: 10.18323/2221-5689-2019-4-27-34.
6. The Central Bank of the Russian Federation [Electronic resource]. URL: cbr.ru (accessed 12.02.2025).